

## Consequences for practical aesthetics and for aesthetical theory of the insertion of principles from quantum theory in cellular automata.

### Le conseguenze per un' estetica pratica e per una teoria estetica dell'inserimento dei principi della teoria quantistica nell'automa cellulare.

Philip Van Looke

Professor, Dr.

Department of Philosophy, University of Ghent, Ghent, Belgium.

e-mail: Philip.Vanlooche@rug.ac.be

#### Abstract

Si considera un automa cellulare che include alcuni principi derivati dalla teoria dei quanti. L'automa genera delle forme aventi una forma estetica appagante. Ad ogni passo una forma cresce con una singola cellula. Questa cellula è scelta con una probabilità di selezione determinata da una certa ampiezza. Se l'algoritmo è messo in funzione con la selezione, ad ogni passo, della cellula di probabilità di selezione di massima ampiezza, il tipo di forma risultante si chiama "platonica". Tali forme tipicamente rispondono ad una estetica più complessa della loro controparte non-platonica. Il caso delle probabilità di selezione determinate dai quadrati delle ampiezze ha una forte analogia con la teoria dei quanti.

Questa analogia è elaborata prendendo in considerazione forme che siano mutuamente correlate. Queste correlazioni possono essere di natura classica, di tipo quantomeccanico o di tipo denominato "super-correlazione".

#### 1 Introduzione

Le nostre migliori teorie fisiche affermano che la realtà è basata sulla meccanica quantistica. Una entità descritta da una teoria dei quanti si trova spesso in sovrapposizione di stati. Il suo stato è "indeterminato" e diventa determinato quando la funzione d'onda che descrive l'entità è soggetta a un collasso. Secondo un crescente numero di teorici, un tale processo si verifica continuamente nel cervello ed è coinvolto in modo cruciale nella generazione di coscienza. Per esempio, secondo Stapp [1],

#### Abstract

A cellular automaton that includes some principles from quantum theory is considered. The automaton generates forms of an aesthetic nature. At every time step, a form grows with a single cell. This cell is selected with a selection probability that is determined by an amplitude. If the algorithm is run with selection of the cell of maximal amplitude at every time step, a type of form results that is called 'platonical'. Such forms typically have higher aesthetic complexity than their non-platonical counterparts. The case of selection probabilities determined by squares of amplitudes has a strong analogy with quantum theory. This analogy is elaborated by consideration of forms that have mutual correlations. These correlations can be of a classical nature, of a quantum mechanical type, or of a type that is termed 'super-correlation'.

#### 1. Introduction

Our best physical theories inform us that reality is quantum mechanical. An entity described by quantum theory is often in a superposition. Then, its state is 'indeterminate', and becomes determinate when the psi-function that describes the entity is subject to a collapse. According to a growing number of theorists, such a process continuously takes place in the brain, and is in a crucial way involved in the generation of consciousness. For instance, in Stapp's view [1], smaller or larger parts of a brain can be in a superposition until a

piccole o grandi parti del cervello possono trovarsi in sovrapposizione fino all'evento-Heisenberg e ciò significa che uno stato puro viene individuato dalla sovrapposizione. Come altro esempio nel modello di Penrose Orch-Or, la riduzione di una funzione d'onda potrebbe essere orchestrata da un elemento non computabile, ma rimane comunque il fatto che un momento di coscienza coinvolge la transizione da uno stato di sovrapposizione ad uno stato determinato.

Nella teoria quantistica, un sistema è descritto da uno  $\Psi$ -vettore (psi-funzione) che appartiene ad uno spazio di Hilbert. Supponiamo sia eseguita una misura corrispondente ad un osservabile  $O$ . È possibile, ora, associare ad  $O$  un insieme di vettori dello spazio di Hilbert. Ogni vettore base corrisponde ad uno stato che il sistema può assumere dopo la misurazione. Supponiamo che  $\Psi$  sia scomposto in termini di questi vettori di base. Quindi il quadrato della lunghezza che un vettore-base assume nell'espansione di  $\Psi$  dà la probabilità che la misura fornisca il risultato associato con questo vettore base. Molte dissertazioni filosofiche e fisiche tendono a chiarire quello che accade quando avviene una misurazione e quando una sovrapposizione collassa e si riduce ad un vettore di base.

Con l'avvento dei calcolatori quantistici e della cosmologia dei quanti la popolarità della rappresentazione a molti-mondi è sempre in crescita. Secondo questa visione l'universo si divide in continuità in mondi paralleli ogniqualvolta un processo si qualifica come misura. Questo quadro concettuale permette di spiegare, per esempio come i calcoli basati sui quanti possano risolvere i problemi di fattorizzazione di grandi numeri in prodotto di polinomi. È stato ipotizzato che l'interpretazione di universi paralleli come descritto in [3] suggerisca una visione platonica sull'estetica [4]. Questo argomento sarà ricapitolato brevemente e saranno puntualizzate le altre implicazioni dell'approccio formale che evolve da questa visione. Il contesto del nostro approccio è quello della teoria dei quanti e degli automi cellulari. È possibile integrare alcuni principi della teoria dei quanti negli automi cellulari in modo tale da ottenere forme di notevole aspetto estetico-

'Heisenberg-event' occurs, which means that a pure state is singled out from the superposition. As another instance, in Penrose's Orch-Or model, the reduction of a wave function may be orchestrated by a non-computational element, but the basic fact that a moment of consciousness involves the transition from a superposition to a determinate state remains.

In quantum theory, a system is described by a  $\Psi$ -vector (or 'psi-function') that belongs to a Hilbert space. Suppose that a measurement is carried out that corresponds to some observable  $O$ . Then, it is possible to associate a set of basisvectors of the Hilbert space with  $O$ . Every basisvector corresponds with a state which the system can take after the measurement. Suppose that  $\Psi$  is decomposed in terms of these basis vectors. Then, the square of the amplitude that a basisvector obtains in the expansion of  $\Psi$  gives the chance that the measurement will yield the outcome associated with this basisvector. Many philosophical and physical discussions aimed to clarify what happens when a measurement takes place and when a superposition 'collapses' or 'reduces' to a basisvector. With the advent of quantum computers and quantum cosmology, the popularity of the many-worlds view has been steadily increasing. According to this view, a universe splits in a continuous number of parallel universes every time a process takes place that qualifies as a measurement [3]. This conceptual frame would allow one to explain, for instance, how a quantum computer solves problems like the factorization of large numbers in polynomial time.

It has been conjectured that the parallel-universe view as it was described in [3] suggests a remarkably platonic view on aesthetics [4]. This argument will be briefly recapitulated, and some other implications of the formal approach that led to this view will be pointed out. The context of our approach is the one of cellular automata and quantum theory. It is possible to integrate some principles from quantum theory in cellular automata in ways that lead to forms of remarkably aesthetic appeal. The growth of

co. La crescita di queste forme dipende da una funzione che collassa ad ogni passo (sezione 2). Noi congetturiamo che sia possibile in questo contesto teorico visualizzare effetti di correlazioni *Bell-style* fra le forme che crescono in automi cellulari (sezione 3).

## 2 Automi cellulari e alcuni principi elementari della teoria quantistica

### 2.1 Formulazione dell'algoritmo

Si consideri un automa bidimensionale con cellule binarie. L'insieme delle cellule attive nell'automata  $A$  è chiamato la forma  $F$  che viene definita su  $A$ . In ogni istante di tempo una singola cellula cambia la sua attivazione. Più specificamente a ogni istante una cellula non attiva diventa attiva. Ciò implica che per la classe di automi in questione le forme possono solo crescere.

La cellula  $C$  che è attivata all'istante  $t$  appartiene al bordo della forma. Quest'ultimo è l'insieme delle cellule che non appartengono ad  $F$  ma che hanno almeno un vicino appartenente ad  $F$ .

La possibilità che una data cellula del bordo possa essere inclusa nella forma all'istante  $t$  dipende da due misure. La prima,  $m_1$ , misura la quantità di spazio libero nelle vicinanze di  $C$ . Essa usa un quadratino con lato di  $s$  cellule centrato su  $C$ . Se  $p$  è il numero di cellule del quadrato appartenenti alla forma, allora  $m_1 = \exp(-c_1 p)$  essendo  $c_1$  un parametro di sistema.

La seconda misura inserisce nell'automata un elemento di *pattern recognition*. In una prima variante usa una sola maschera facente parte del quadratino centrato su  $C$ . Se  $q$  è il numero di cellule attive che si trovano sulla maschera, allora  $m_2 = \exp(c_2 q)$  essendo  $c_2$  un parametro di sistema. La seconda variante usa due maschere. Se  $q$  è il numero di cellule attive trovano sulla prima maschera e  $q'$  quello sulla seconda, allora  $m_2 = \exp(c_2 q) + \exp(c_2 q')$ . Il prodotto delle misure  $m_1$  e  $m_2$  definisce l'ampiezza locale  $\Phi$  in una cellula.

Le misure locali possono essere completate da uno o più fattori globali che corrispondono a una trasformazione omotetica o a una simmetria. Si consideri una forma che inizia a cre-

these forms depends on a function that collapses at every time step (section 2). We conjecture that it is possible in the present theoretical context to visualize effects of Bell-style correlations between forms that grow in cellular automata (section 3).

## 2. Cellular automata and elementary principles from quantum theory

### 2.1 Formulation of the algorithm

Consider a two-dimensional automaton with binary cells. The collection of active cells in the automaton  $A$  is called the form  $F$  that is defined over  $A$ . At every time step, a single cell changes its activation. More specifically, at every time step, a non-active cell becomes active. This entails that, for the present class of automata, forms can grow only. The cell  $C$  that is put active at time step  $t$  belongs to the outward boundary of the form. The outward boundary of  $F$  is the collection of cells that are not in  $F$ , but for which at least one neighbor is in  $F$ . The chance that a particular cell of the outward boundary is selected to be included in the form at  $t$  depends on two measures. The first measure  $m_1$  measures the amount of free space in the local neighborhood of  $C$ . It uses a small square with a side of  $s$  cells that is centered in  $C$ . If  $p$  is the number of cells in the square that are already in the form, then  $m_1$  is given by  $m_1 = \exp(-c_1 p)$ , with  $c_1$  a system parameter. The second measure inserts an element of pattern recognition in the automaton. In a first variation, it uses a single template that is part of the small square centered in  $C$ . If  $q$  is the number of cells that are on the template and that are already active, then  $m_2$  is given by  $m_2 = \exp(c_2 q)$ , with  $c_2$  a system parameter. In the second variation of the algorithm, two templates are considered. If  $q$  is the number of active cells on the first template, and if  $q'$  is the number of active cells on the second one, the  $m_2$  is defined by  $m_2 = \exp(c_2 q) + \exp(c_2 q')$ . The product of the measures  $m_1$  and  $m_2$  defines the local amplitude  $\Phi$  in a cell.

The local measures can be complemented by one or more global factors that correspond to scalings or symmetries. Consider a form

scere da una sola cella situata nell'origine del piano. Quindi l'ampiezza può essere moltiplicata per un fattore  $f_1$  se la cellula, ruotata di  $2\pi/6$  a sinistra si trova già nella forma. Può essere moltiplicata per un secondo fattore  $f_2$  se la cellula simmetrica rispetto all'asse  $y$  appartiene già alla forma e così via. Si supponga ad esempio che tre fattori globali moltiplichino l'ampiezza in una cellula. Allora  $\Phi$  assume il valore  $\Phi = f_1 f_2 f_3 m_1 m_2$ .

Distinguiamo quattro tipi di dinamica a seconda di come le ampiezze conducono alla probabilità di selezione.

- a) Nel primo caso le ampiezze, dopo la normalizzazione a 1, sono uguali alle probabilità di selezione.
- b) Nel secondo caso le ampiezze sono elevate a una potenza  $r$ . Le quantità risultanti sono quindi normalizzate e usate come probabilità di selezione.
- c) Nel terzo caso la cellula con ampiezza maggiore è sempre quella che viene selezionata all'istante  $t$ .
- d) Nel quarto caso l'ampiezza è accompagnata da una fase complessa  $\exp(iS)$  e si considera l'espressione  $\Psi = \Phi \exp(iS)$ . Allora la forma  $\Psi \Psi^*$  è usata come probabilità di selezione in  $S$ .

Notiamo che in tutti i casi la dinamica dipende da una funzione  $\Phi$  (o  $\Psi$  nel caso d) che ricopre a ogni istante l'intero bordo della forma. Il collasso di questa funzione seleziona una cella che viene aggiunta alla forma. L'analogia con il caso della ripetuta misura della posizione in meccanica quantistica è più evidente nel caso d), sebbene anche il caso b) con la selezione di probabilità determinate dai quadrati delle ampiezze sia vicino allo spirito della meccanica quantistica. I casi a) e c) possono essere interpretati come variazioni di b). Il caso a) è solo un caso particolare di b) con  $r=1$ . La variazione c) deriva da b) se si prende  $r$  molto grande, in tal caso la cellula di ampiezza massima determina fortemente la distribuzione di probabilità di selezione.

Per chiudere questa sezione aggiungiamo una specifica sulle maschere usate. Ogni cellula sul bordo esterno usa la stessa maschera (o la stessa coppia di maschere). Tuttavia la

that starts growing from a single cell that is located at the origin of the plane. Then, the amplitude in a cell may be multiplied with a factor  $f_1$  if the cell rotated  $2\pi/6$  to the left is already in the form. It can be multiplied with a second factor  $f_2$  if the cell symmetric to the vertical axis through the origin is already in the form, and so on. Suppose, for instance, that three global factors multiply the amplitude in a cell. Then,  $\Phi$  takes the value  $\Phi = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot m_1 \cdot m_2$ .

Depending on how the amplitudes lead to selection probabilities, we differentiate between four types of dynamics:

- a. In the first case, the amplitudes, after normalization to 1, are equal to the selection probabilities.
- b. In the second case, the amplitudes are raised to a power  $r$ . Then, the resulting quantities are normalized and are used as selection probabilities.
- c. In the third case, the cell with highest amplitude is always the cell that is selected at  $t$ .
- d. In the fourth case, the amplitude is complemented with a complex phase  $\exp(iS)$ , and one considers the expression  $\Psi = \Phi \exp(iS)$ . Then, the form  $\Psi \Psi^*$  is used as the selection probability in  $S$ .

We notice that, in all cases, the dynamics depends on a function  $\Phi$  (or  $\Psi$  in case d) that spreads at every time step over the entire outward boundary of the form. The collapse of this function selects a single cell that is added to the form. The analogy with a repeated position measurement in quantum theory is closest in case d) [5,6], though also case b) with selection probabilities determined by squares of amplitudes remains close to the quantum mechanical inspiration. Cases a) and c) can be interpreted as variations of b). Variation a) is just a special case of b) with  $r=1$ ; variation c) results from b) if  $r$  is taken very large; in that case, the cell with maximal amplitude will strongly dominate the selection probability distribution.

To close this section, we add a specification about the templates that are used in the algorithm. Every outward boundary cell uses



maschera (o la coppia di maschere) può variare ciclicamente. Tutte le illustrazioni riportate più avanti usano la seconda variazione di  $m_2$ . Più precisamente all'istante  $t$  la prima maschera in una cella  $C$  è una piccola linea formata dalle cellule di coordinate  $(-int(k \cdot \cos((t/N)(\pi/2))), -int(k \cdot \sin((t/N)(\pi/2))))$  relative a  $C$ . La seconda maschera consiste di cellule di coordinate  $(int(k \cdot \cos((t/N)(\pi/2))), -int(k \cdot \sin((t/N)(\pi/2))))$  relative a  $C$ .  $int$  è la funzione "parte intera" e  $N$  è un parametro di sistema. Graficamente ciò significa che per  $t=1$  le maschere sono due linee che puntano verso il basso. In seguito iniziano a ruotare verso il basso in direzioni opposte finché per  $t=N$  inizia il ciclo della maschera successiva.

## 2.2 Esempi

La figura 1 contiene due esempi illustrativi di variante a) dell'algoritmo. Mostra due forme che si sviluppano dopo 14000 passi. I valori dei parametri per questa figura sono dati da  $c_1=0.01$ ,  $c_2=1$ ,  $s=21$  e  $N=200$ . In seguito è stata imposta una simmetria sestupla con  $f=40$ . La figura 2 mostra una figura che si è sviluppata secondo la variazione b) dell'algoritmo e con valori dei parametri  $c_1=0.03$ ,  $c_2=0.2$ ,  $s=21$  e  $N=200$ . Inoltre sono state imposte due simmetrie sestuple. La prima attorno all'origine con  $f_1=10$ ; la seconda relativa alla cellula situata 110 cellule più in alto dell'origine (anche ad  $f_2$  era stato assegnato il valore 10). La terza figura è anche generata da variazione b) dell'algoritmo. Questa volta sono state imposte tre simmetrie globali esprimibili in termini di trasformazioni affini. In primo luogo è stata indotta la simmetria rispetto all'asse verticale passante per il punto di partenza. Poi sono state imposte delle rotazioni e contrazioni verso sinistra e destra dell'asse verticale con coefficiente di contrazione pari a 0.5. Sulla sinistra dell'asse verticale l'ascissa del centro di rotazione era la metà dell'ascissa della cellula attiva che si trovava più a sinistra. L'ordinata del centro di rotazione era la metà dell'ordinata della cellula attiva con massima ordinata. Una simmetria simile era stata imposta alle cellule dalla parte destra dell'asse verticale. In tutte le immagini le cellule immerse durante il ciclo che ha generato la prima sago-

the same template (or the same couple of templates in case of the second variation of  $m_2$ ). However, the template (or the couple of templates) is allowed to vary cyclically. All illustrations below use the second variation of  $m_2$ . More specifically, at time step  $t$ , the first template in a cell  $C$  is a small line composed of cells with coordinates  $(-int(k \cdot \cos((t/N)(\pi/2))), -int(k \cdot \sin((t/N)(\pi/2))))$  relative to  $C$ . The second template consists of cells with coordinates  $(int(k \cdot \cos((t/N)(\pi/2))), -int(k \cdot \sin((t/N)(\pi/2))))$  relative to  $C$  ( $int$  is the integer function and  $N$  is a system parameter). Graphically, this means that the templates are two small lines pointing downward at  $t=1$ . Then, they start rotating upward in opposite directions until, at  $t=N$ , the next template cycle starts.

## 2.2 Illustrations

Figure 1 contains two illustrations of variation a) of the algorithm. It shows two growing forms after 14000 time steps. The values of the parameters for this figure are given by  $c_1=0.01$ ,  $c_2=1$ ,  $s=21$  and  $N=200$ . Further, a single, sixfold symmetry was imposed with  $f=40$ . Figure 2 shows a figure grown for variation b) of the algorithm and with values of the parameters  $c_1=0.03$ ,  $c_2=0.2$ ,  $s=21$  and  $N=200$ . In addition, two sixfold symmetries were imposed. A first one stimulated sixfold symmetry around the origin with  $f_1=10$ ; the second one stimulated sixfold symmetry relative to the cell situated 110 cells higher than the origin (also  $f_2$  was put equal to 10). The third illustration is also generated by variation b) of the algorithm. This time, three global symmetries expressible in terms of affine transformations were imposed. First, symmetry relative to the vertical axis through the starting point was stimulated. In addition, rotational symmetries including a contraction were imposed to the left and to the right of the vertical axis (with a contraction coefficient of 0.5). To the left of the axis, the x-coordinate of the center of rotation was half the x-coordinate of the active cell that was most to the left. The y-coordinate of the center of rotation was half the y-coordinate of the active cell with highest elevation. A similar symmetry

ma sono colorate di rosso, le cellule immerse durante il secondo ciclo sono gialle, le cellule disegnate durante il terzo ciclo sono blu e quelle del quarto ciclo sono verdi. Questo ciclo di colori è ripetuto durante i cicli generanti le forme successive.

### 2.3 L'estetica platonica nelle formazioni multiple

La variante b) dell'algoritmo seleziona deterministicamente la cellula di massima ampiezza ad ogni passo. In generale si ottengono in questo modo forme con le seguenti due proprietà:

i. Le forme sono più lisce e meno irregolari di quelle non deterministiche. Hanno tratti e ramificazioni più fini e dunque sono descritte in modo più dettagliato. Come risultato l'imposizione di simmetrie in generale porta a forme di maggior eleganza.

ii. Nel caso della seconda variante, con  $r=2$  o maggiore, le forme non deterministiche risultano più appariscenti di quelle platoniche, ma talvolta ricordano le più perfette forme platoniche. Questo è dovuto al fatto che la variante non deterministiche dell'algoritmo favorisce la pro-

was imposed on cells to the right of the vertical axis. In all illustrations, cells put during the first template cycle are colored red, cells put during the second cycle are yellow, cells drawn during the third cycle are blue and cells of the fourth cycle are green. This color cycle is repeated during subsequent template cycles.

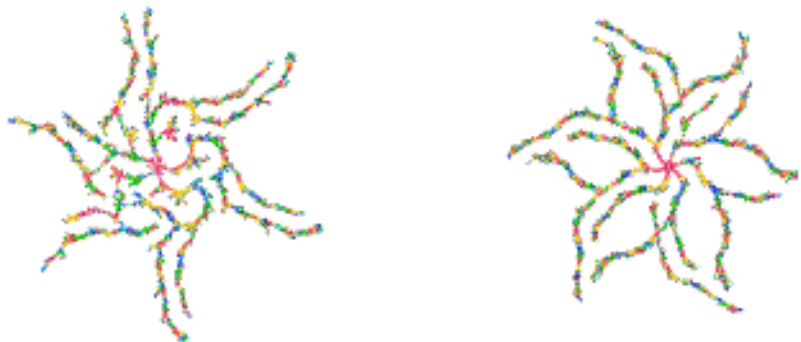


Figure 1. Two growing forms with imposition of sixfold symmetry

### 2.3 Platonic aesthetics in the multiverse

Variation c of the algorithm deterministicly selects the cell with highest amplitude at every time step. In general, this leads to forms with the following two properties:

i. The forms are more smooth and less noisy than indeterministic forms. They have finer lines and branches, and hence have more detail. As a result, the imposition of symmetries usually leads to forms of higher elegance.

ii. In case of the second variation, with  $r$  equal to 2 or higher, non-deterministic forms are more noisy

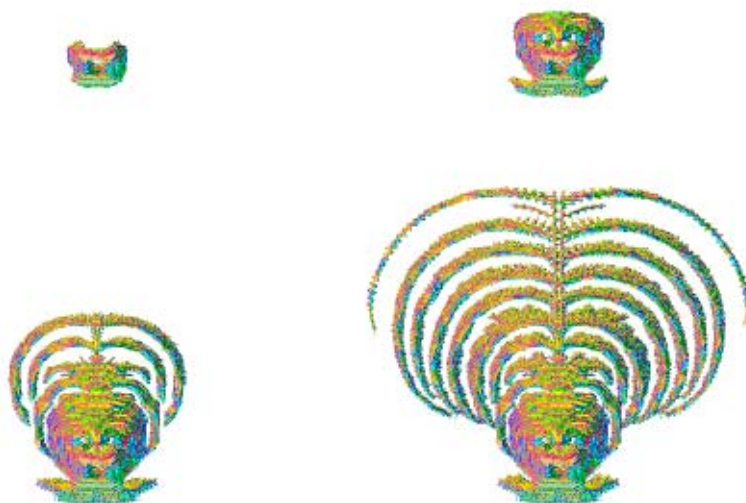


Figure 2. Growing form with imposition of two sixfold symmetries

babilità di scelta delle cellule di massima ampiezza; maggiore è  $r$  maggiore diventa tale probabilità.

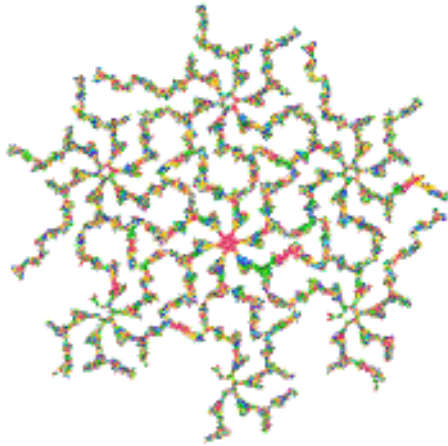


Figure 3. Growing form with one symmetry and two rotations which include a contraction

A causa delle proprietà i. e ii le forme generate dalla variante c) dell'algoritmo sono state chiamate 'platoniche' [3]. La figura 4 contiene un'immagine che mostra la forma platonica corrispondente ai parametri che portano alla figura 2. La figura 5 mostra un altro esempio illustrativo. È descritta una forma cresciuta secondo una semplice simmetria a cinque e per prima, seconda, terza, infinita potenza delle ampiezze. Supponiamo che l'analogia con la teoria dei quanti sia costruita di conseguenza. Allora un'interpretazione della moderna teoria è che ad ogni passo l'universo che contiene lo stato dell'automa si divida in un insieme di diversi universi in cui sono realizzate differenti scelte. Dunque assumiamo che secondo una particolare interpretazione la forma platonica corrisponda alla forma che è generata in un sottoinsieme dell'universo molteplice. La selezione della cellula di massima ampiezza è una selezione che corrisponde ad una delle possibili riduzioni della  $\Psi$ -funzione al passo  $t$ . Dunque i mondi platonici costituiscono un sottoinsieme dell'insieme dei mondi che formano l'universo. Ci sono mondi di grandissima qualità estetica e che possono essere riconosciuti per la massima espansione in altri mondi dell'universo poliedrico.

than platonic ones, but at times remind of the more perfect platonic shapes. This is because the non-deterministic variation of the algorithm favors the cells with highest amplitudes too; the higher  $r$ , the stronger this favorization.

Because of properties i. and ii., the forms generated by variation c of the algorithm have been called 'platonic' forms [3]. Figure 4 contains an illustration; it shows the platonic form that corresponds with the parameters that led to figure 2. Figure 5 shows another illustration. It shows a form grown with simple five-fold symmetry, and for first, second, third, and infinite powers of amplitudes. Suppose that the analogy with quantum theory is drawn in a consequent way. Then, one

interpretation of the update rule is that, at every time step, the universe that contains the state of the automaton splits in a set of different universes in which different choices are realized. We notice that, from such a multiverse perspective, a platonic form corresponds with the form that is generated in a subset of the universes of the multiverse. Indeed, the selection of the highest amplitude cell is a selection that corresponds to one of the possible reductions of the  $\Phi$ -function at time step  $t$ . Hence, platonic worlds form a subset of the collection of worlds that make up the universe. They are the worlds that have forms of highest aesthetic quality, and that can be recognized to the highest extent in other worlds of the multiverse [4].

### 3. Visualization of non-classically correlated forms

Consider, in the context of quantum theory, a pair of electrons in singlet state. Suppose that they propagate in opposite directions, and that the spin of the first electron is measured in direction  $a$ , whereas the spin of the second electron is measured in direction  $b$ . Then, the correlation between the outcomes of both measurements is given by  $\langle \text{spin1}.\text{spin2} \rangle = -$

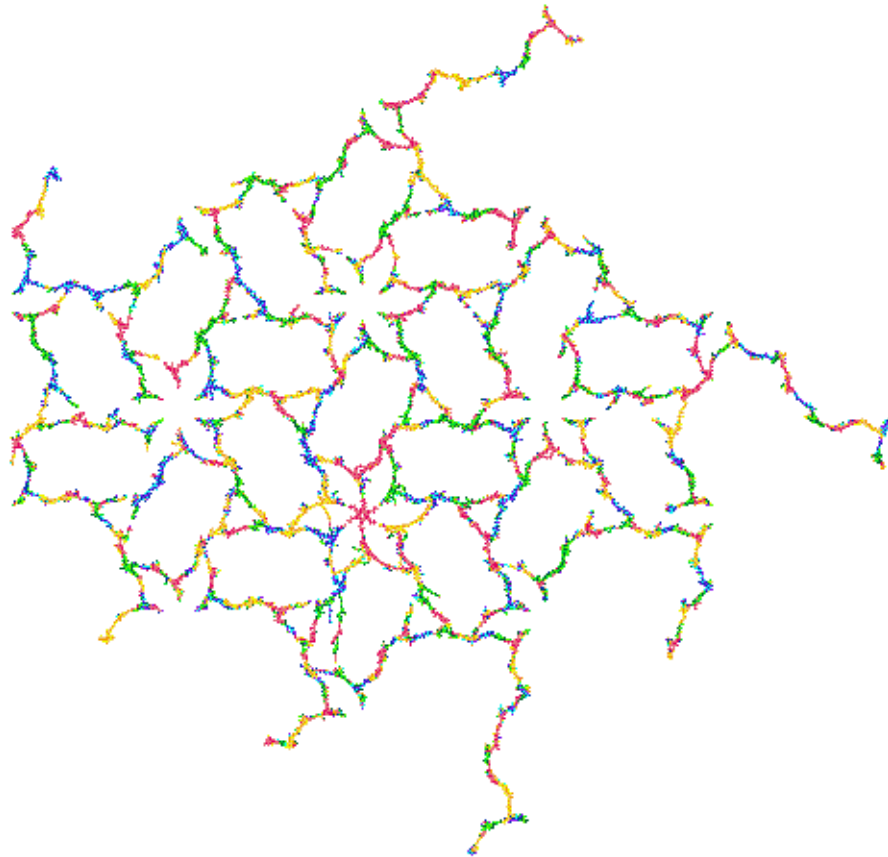


Figure 4. Form for platonic condition with same parameters as in figure 2

### 3 La visualizzazione delle forme correlate non classiche

Consideriamo, nel contesto della teoria dei quanti, un paio di elettroni in stato singoletto. Supponiamo che si propagano in direzioni opposte e che lo *spin* del primo elettrone sia misurato in direzione *a*, mentre lo *spin* del secondo elettrone sia misurato in direzione *b*. Allora la correlazione fra le risultati di entrambe le misurazioni è data da  $\langle \text{spin1} \cdot \text{spin2} \rangle = -\cos(a^b)$ , dove  $a^b$  è l'angolo compreso fra le direzioni *a* e *b*. È ben noto che la correlazione rappresenta una violazione delle disuguaglianze di Bell [7]. Nel caso della fisica classica, la correlazione, nell'analoga situazione, è valutata come  $\langle \text{spin1} \cdot \text{spin2} \rangle = -1 + (2/p)(a^b)$  [8]. Tale correlazione soddisfa la disuguaglianza di Bell e quindi è compatibile con un modello locale della realtà. La correlazione nella meccanica quantistica traccia la correlazione più aderente alle rette di massima correlazione. Per gli angoli ( $a^b$ ) più piccoli di  $\pi/2$ , la retta  $y=-1$  può essere interpreta-

$\cos(a^b)$ , where  $a^b$  is the angle between the directions *a* and *b*. It is well known that this correlation entails a violation of the Bell-inequalities [7]. In case of classical physics, the correlation in the corresponding situation is predicted to be  $\langle \text{spin1} \cdot \text{spin2} \rangle = -1 + (2/p)(a^b)$  [8]. This correlation does not violate the Bell-inequalities and hence it is compatible with a local model of reality. The quantum mechanical correlation draws the classical correlation closer to the lines of maximal correlation. For angles ( $a^b$ ) smaller than  $\pi/2$ , the line  $y=-1$  can be interpreted as line of maximal anti-correlation, whereas for angles large than  $\pi/2$ , the line  $y=1$  can be interpreted as a line of maximal correlation. These lines themselves can be used to define a situation of 'super-correlation'. Suppose that the spin of the first electron has been determined in a direction *a*. Then, for all three types of correlation, the chance that the spin of the other electron takes opposite value when measured along *b* is given by  $P_o(a,b) = 1/2(1 -$





Figure 5. Effects of increasing powers of amplitudes (see text)

ta come la retta di massima anti-correlazione, mentre per angoli ( $a^b$ ) maggiori di  $\pi/2$ , la retta  $y=1$  può essere interpretata come la retta di massima correlazione. Queste stesse rette possono essere usate per definire una situazione di sovrapposizione. Supponiamo che lo *spin* del primo elettrone sia stato determinato nella direzione  $a$ . Allora, per i tre tipi di correlazione, la possibilità che lo *spin* di un altro elettrone assuma un valore opposto, quando misurato lungo  $b$ , è data da  $Po(a,b)=1/2(1-\langle\text{spin1}.\text{spin2}\rangle)$ .

Introdurremo una cosa analoga alle correlazioni fra *spin* di elettroni nel nostro modello di automa cellulare. Ciò richiede che le cellule siano aggiunte alla forma a coppie e che sia definita per ciascuna delle celle aggiunte una direzione locale. Un parametro angolare che si riferisca ad una proprietà temporale può servire ad introdurre tali direzioni. Supponiamo che una forma cresca a partire da due cellule che sono separate nello spazio (nelle figure in basso, una forma inizia sviluppandosi da due cellule che sono distanti 400 cellule). Ad ogni passo una cellula si aggiunge alla parte sinistra della forma e un'altra è aggiunta ad esse dalla parte destra. Per la cellula di sinistra il valore della variabile angolare è posto a zero se l'ultima cellula vicina appar-

$\langle\text{spin1}.\text{spin2}\rangle$ .

We will introduce an analogue of the correlations between spins of electrons in our cellular automaton model. This requires that cells are added pairwise to forms, and that a local direction is defined for each of the cells that is added. An angular variable that refers to a temporal property can serve to introduce such directions. Suppose that a form grows from two starting cells that are spatially separated (in the illustrations below, a form starts growing from two cells that are 400 cells apart). At every time step, one cell is added to the left part of the form, and another one is added to its right part. For the left cell, the value of the angular variable is put to zero if its most recent neighbor that belongs to the form was put more than  $Y$  time steps ago. Else, the angular variable is defined by  $hl=-\pi/2.(1-t^*/Y)$ , where  $t^*$  is the number of time steps before the present moment that the most recent neighbor of the cell was put on the form. Also in case of the right cell, the angular variable takes value zero if the most recent neighbor was put more than  $Y$  time steps before the present moment. Else, the angular variable takes the value  $hr=\pi/2(1-t^*/Y)$ .

Then, the algorithm for pairwise addition of correlated cells can be formulated as follows.

tenente alla forma fosse stata posta più di  $y$  passi temporali precedenti. Al contrario la variabile angolare è definita da  $h_1 = -\pi/2 \cdot (1-t^*/y)$ , dove  $t^*$  è il numero di passi temporali che precedono il momento in cui la cellula più vicina sia stata incorporata nella forma. Anche nel caso di destra la variabile angolare assume valore zero se l'ultima cellula era stata posta più di  $y$  passi prima. Altrimenti la variabile angolare assume il valore  $h_r = -\pi/2 \cdot (1-t^*/y)$ .

Allora l'algoritmo per l'aggiunta di una coppia di cellule correlate può essere formulato come segue. Selezionare una cellula destra e una sinistra secondo le varianti a, b oppure d dell'algoritmo della sezione 2.1. Considerare le variabili angolari associate a queste cellule. La probabilità che tale coppia di cellule sia

Select a left and a right cell in accordance with one of the variations a, b or d of the algorithm in section 2.1. Consider the angular variables associated with these cells. The chance that this pair of cells is effectively included in the form is given by  $P_0(a,b)$ . If the pair is not added, the algorithm selects another left-right pair that is added with a chance determined by the same expression, until a pair is effectively added. Then, the algorithm moves on to the next time step. Hence, the chance of inclusion of a pair of cells is determined by the chance that a particle pair would show opposite spins if the latter would be measured along the axes determined by the angular variables.

For the present definition of the angular variables, super-correlation entails that a cell can be added at a recent site at the left part of

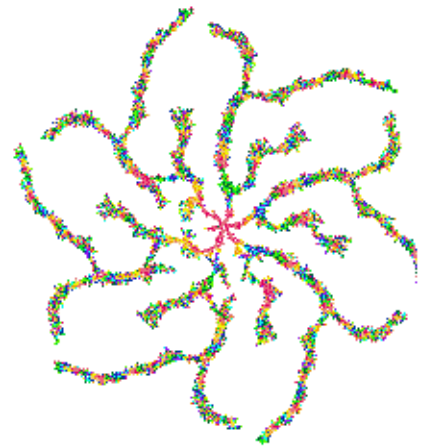
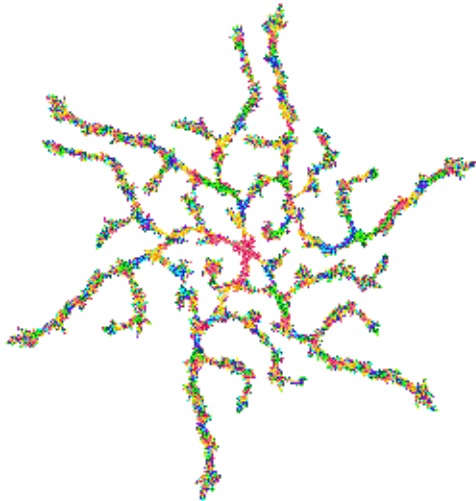
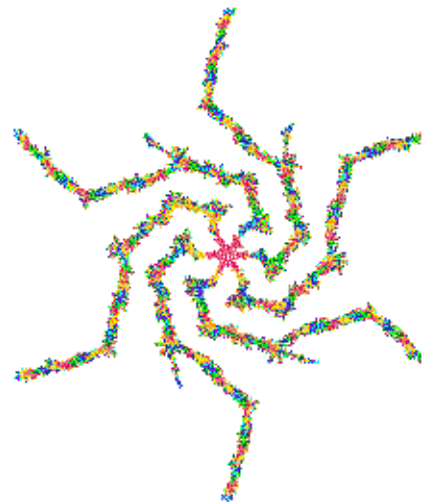
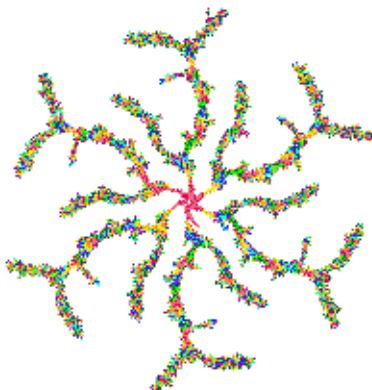


Figure 6. Form generated in super-correlation condition and Forms grown in quantum-correlation condition

Figure 7. Forms grown in classical-correlation condition



effettivamente inclusa nella forma è data da  $Po(a,b)$ . Se la coppia non è stata aggiunta, l'algoritmo sceglie un'altra coppia sinistra-destra che viene aggiunta alla forma con probabilità determinata dalla stessa espressione, fino a che una coppia sia effettivamente inclusa. Allora, l'algoritmo procede con un nuovo passo. Quindi la probabilità dell'inclusione di una coppia di cellule è determinata dalla probabilità che una coppia di particelle evidenziate opposti *spin* se questi ultimi fossero misurati lungo gli assi determinati dalle variabili angolari. Secondo questa definizione di variabili angolari, una supercorrelazione implica che una cellula possa essere aggiunta in un posto recente alla sinistra della figura se è stata aggiunta una cellula in un vecchio posto alla destra della forma e viceversa (dove "vecchio" è definito in termini del parametro  $y$ ). Senza tale limite le cellule vengono poste nelle posizioni recenti visto che in tali posizioni si verifica abitualmente una più bassa densità e quindi più alti valori della misura  $m1$ . Di conseguenza il caso di supercorrelazione implica che le forme siano generate con rami a scatto e che abbiano una struttura più compressa. Questo fatto è illustrato in figura 6, 7, 8. La figura 6 è la figura generata con supercorrelazione (è cresciuta da  $y=400$  e con tutti i parametri uguali a quelli che hanno generato la figura 1). La figura 7 si è creata con correlazioni della meccanica quantistica e la figura 8 utilizzando correlazioni classiche. Tali figure illustrano come la meccanica quantistica sia un caso di correlazione intermedia fra le supercorrelazioni e le correlazioni classiche.

#### 4 Discussione

Il presente lavoro introduce alcuni concetti che sono importanti nella teoria quantistica negli automi cellulari. In questo modo è stato caratterizzato un nuovo insieme di processi algoritmici di crescita. Si è suggerita la validità di questo approccio per i seguenti tre motivi. Primo, può dirci qualcosa sulla natura di un particolare tipo di estetica. Molti hanno esperienza del fatto che alcune forme complesse sono esteticamente decisamente preferibili rispetto a variazioni delle stesse. Alcune forme complesse evocano l'esperienza che in

a figure only if a cell is added at an old site at the right part, and vice versa (where 'old' is defined in terms of the parameter  $Y$ ). Without such a constraint, cells are usually put at recent sites, since recent sites have typically lower density, and hence higher values for the measure  $m1$ . Consequently, the super-correlation case entails that forms are generated with ticker branches, and which have a more 'compressed' shape. This is illustrated in figures 6, 7 and 8. Figure 6 is the figure generated with super-correlations (it is grown for  $Y=400$ , and with all parameters equal to the ones that led to figure 1); Figure 7 is grown with quantum mechanical correlations, and figure 8 used classical correlations. These figures illustrate that the quantum mechanical case is an intermediate between super-correlation and classical correlation indeed.

#### 4. Discussion

The present paper inserted some concepts that are central in quantum theory in cellular automata. This way, a new set of algorithmic growth processes has been characterized. It is suggested that this approach may be valuable in three respects. First, it may tell us something about the nature of a particular type of aesthetics. Many people have the experience that some complex patterns are aesthetically clearly preferable over variations of such patterns. Some complex patterns evoke the experience that there is something aesthetically perfect in them (for instance, changing a few notes in Beethoven's sonates would necessarily entail a decrease of the aesthetic quality of these works). An approach in which the real world is governed by squares of amplitudes, whereas a platonic, aesthetically more perfect world is governed by maximal amplitudes may be able to tell a consistent story about this fact. It would entail that in an average world shadows of a more perfect world can occur, but that perfection as it occurs in the platonic world is rare. Such a story can be told in the context of a multiverse view, but remains possible in an ontology in which only one world is accepted;

esse vi è qualcosa di esteticamente compiuto (ad esempio, cambiare poche note in una sonata di Beethoven implica un degrado nella qualità estetica). Un approccio in cui il mondo reale è governato dai quadrati delle ampiezze, mentre un mondo platonico esteticamente superiore è governato dai valori massimi delle ampiezze potrebbe dare una spiegazione coerente di questo fatto. Esso comporterebbe che su un mondo medio possono allungarsi ombre di un mondo superiore, ma che la perfezione quale si presenta in un mondo platonico è una rarità. Questa interpretazione può valere nel contesto di una visione a molti universi, ma rimane possibile in un'ontologia in cui un solo mondo è accettato; il mondo platonico in tal caso si riduce a una costruzione teorica. Secondo, come può apparire chiaramente da alcune illustrazioni, il presente approccio fornisce alcuni metodi usati nel contesto dell'arte generata da computer. Infine può essere di aiuto nella visualizzazione di alcuni principi di preminente importanza nella teoria quantistica.

the platonic world then degrades to a theoretical construct. Second, as some of the illustrations may make clear, the present approach furnishes some methods that are of use in the context of computer generated art. Finally, it may help to visualize some principles that figure prominently in quantum theory.

## References

- 166
- [1] Stapp, H (1993), *Mind, matter and quantum mechanics*, Berlin: Springer
  - [2] Penrose, R. (1994), *Shadows of the mind*, Oxford: Oxford University Press
  - [3] Deutsch, D. (1997), *The fabric of reality*, Princeton: Princeton University Press
  - [5] Van Looke, Ph. (1998), *Complex systems methods in cognitive systems and the representation of environmental information*, in P. Van Looke (ed.), *The structure and representation of concepts* (pp. 91-114), London: Routledge
  - [4] Van Looke (1999a), *Consciousness and teleology: a cellular automaton approach*, *Journal of Intelligent Systems* (to appear)
  - [6] Van Looke (1999b), *Cellular automata and the representation of growth. A perspective from quantum theory*, in D. Dubois (1999), *Proceedings of the 2-nd international conference on anticipatory systems*, Berlin: Springer Verlag (to appear)
  - [7] Bell, J. (1964), *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*, *Physics*, 1, 195-200
  - [8] Peres, A. (1978), *Unperformed experiments have no results*, *American Journal of Physics*, 46, 754-747